Corrigé

1. f est un polynôme donc est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 4x^3 + 9x^2 - 12x - 1$. f' est un polynôme donc est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f''(x) = 12x^2 + 18x - 12 = 6(2x^2 + 3x - 2)$.

   Le discriminant de ce trinôme vaut $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25$. Le discriminant étant positif, le trinôme admet donc deux racines réelles : $x_1 = \dfrac{-3-5}{4} = -2$ et $x_2 = \dfrac{-3+5}{4} = \dfrac{1}{2}$. $f''(x)$ est positive à l'extérieur de ses racines et négative à l'intérieur.

2. f' est donc croissante sur $]-\infty; -2]$, décroissante sur $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ puis croissante sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$.

3. f est convexe sur $]-\infty; -2]$ puis concave sur $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ et convexe sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$.